

---

## ANALISIS KESALAHAN MAHASISWA MENYELESAIKAN SOAL LIMIT PADA MATA KULIAH KALKULUS DASAR

**Heriyati<sup>1)</sup>, Munasiah<sup>2)</sup>**

<sup>1,2)</sup> Universitas Indraprasta PGRI, Indonesia

Email: [erymatematika@gmail.com](mailto:erymatematika@gmail.com), [munasiah@gmail.com](mailto:munasiah@gmail.com)

### ABSTRACT

This Calculus is one of the important materials in mathematics that must be studied because it is basic knowledge for the development of other sciences. This study focuses on determining students' errors in solving limits in basic calculus material. The method used in this study is a qualitative descriptive approach. The purpose of this study is to determine the percentage and analysis of students' errors in the limit material of algebraic functions, infinity and trigonometric functions

**Keywords :** error analysis, limit, calculus

### ABSTRAK

Kalkulus merupakan salah satu materi penting dalam matematika yang harus dipelajari karena merupakan pengetahuan dasar untuk pengembangan ilmu lain. Penelitian ini difokuskan untuk mengetahui kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan limit pada materi kalkulus dasar. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah pendekatan deskriptif kualitatif. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui persentase dan analisis kesalahan mahasiswa pada materi limit fungsi aljabar, tak hingga, dan fungsi trigonometri.

**Kata Kunci :** analisis kesalahan, limit, kalkulus

### PENDAHULUAN

Matematika sebagai ilmu memiliki objek kajian abstrak dan tersusun secara hirarkis dipelajari dari tingkat dasar hingga perguruan tinggi. Matematika mempelajari tentang keteraturan, tentang struktur yang terorganisasikan, konsep-konsep matematika tersusun secara hirarkis, berstruktur dan sistematis, mulai dari konsep yang paling sederhana sampai pada konsep paling kompleks (Hanifah et al. 2023). Dalam matematika objek dasar yang dipelajari adalah abstrak, sehingga

disebut sebagai objek mental yang merupakan objek pikiran. (Siagian, Mujib, and Zahari 2022).

Matematika ilmu yang abstrak, banyak rumus dan teknik perhitungan yang harus dipelajari dan dikuasai. Selain itu, perhitungan matematika membutuhkan ketelitian, kegigihan dari memahami masalah hingga menemukan suatu solusi masalah tersebut. Satu soal matematika dapat menjadi masalah matematika jika peserta didik tidak mempunyai gambaran bagaimana menyelesaikan permasalahan, tetapi peserta didik tersebut berkeinginan untuk tetap menyelesaikan masalah matematika tersebut. Masalah lain yang sering dijumpai oleh peserta didik yaitu mereka mempunyai gambaran dan keinginan untuk menyelesaikan permasalahan, tetapi terdapat kesalahan kesalahan lain dalam proses penyelesaian atau proses menemukan solusi masalah matematika (Katon and Arigiyati 2018).

Bagian dari Matematika yang dipelajari di tingkat perguruan tinggi adalah Kalkulus Dasar. Pengenalan dasar dasar materi kalkulus pada jenjang sekolah menengah atas mulai diajarkan kepada siswa. Kalkulus menjadi salah satu materi penting yang harus dipelajari karena merupakan pengetahuan dasar untuk pengembangan ilmu lain seperti Teknik Informatika maupun Teknologi Informasi.

Salah satu materi kalkulus yang diajarkan adalah pembahasan tentang limit. Limit merupakan salah satu pokok bahasan dalam mata kuliah kalkulus yang memegang peranan penting sebagai prasyarat untuk beberapa pokok bahasan lainnya (Hanifah et al. 2023). Konsep limit fungsi merupakan konsep dasar untuk membangun beberapa konsep kalkulus lainnya, misalnya konsep turunan dan integral. Sehingga penguasaan limit mendukung tingkat penguasaan pada kalkulus. Secara intuitif konsep limit sukar untuk dipahami, tetapi pada kenyataannya konsep limit sering digunakan dalam kehidupan sehari-hari. Sebagai contoh kita tidak dapat menentukan besar perubahan volume air yang tertuang ke dalam gelas tepat pada waktu tertentu. Namun, dengan penerapan konsep limit, kita dapat menentukannya melalui nilai pendekatannya. Pada dasarnya, limit adalah suatu nilai yang menggunakan pendekatan fungsi ketika hendak mendekati nilai tertentu. Singkatnya, limit ini dianggap sebagai nilai yang menuju suatu batas. Disebut sebagai “batas” karena memang ‘dekat’ tetapi tidak bisa dicapai. Lalu, mengapa limit tersebut harus

---

didekati, Karena suatu fungsi biasanya tidak terdefiniskan pada titik-titik tertentu. Meskipun suatu fungsi itu seringkali tidak terdefiniskan oleh titik-titik tertentu, tetapi masih dapat dicari tahu berapa nilai yang dapat didekati oleh fungsi tersebut, terlebih ketika titik tertentu semakin didekati oleh “limit”.

Dale Verberg, Edwin J.Purcell (2008) pada bukunya menuliskan bahwa kalkulus adalah pengkajian limit, sehingga pemahaman yang jelas tentang konsep limit merupakan tujuan yang bermanfaat. Ada dua bagian pengertian pada matematika mengenai limit fungsi yaitu limit di tak hingga dan limit fungsi di satu titik. Limit fungsi dalam kalkulus merupakan gerbang awal untuk lanjut ke materi selanjutnya yaitu turunan dan integral. Tidak hanya itu pentingnya mempelajari limit fungsi aljabar dikarenakan manfaat dalam penerapannya dalam kehidupan sehari-hari, Bahwa konsep limit banyak digunakan dalam bidang teknik, ilmu pengetahuan alam, ekonomi dan bisnis untuk memperhitungkan penyimpangan dalam pengukuran. Maka dari itu materi limit fungsi perlu dikuasai (Hanifah et al. 2023). Pernyataan-pernyataan di atas menunjukkan bahwa konsep limit merupakan konsep yang sangat esensial di dalam menguasai kalkulus. Konsep-konsep seperti kekontinuan, diferensial, dan integral semuanya dilandasi dengan konsep limit (Kulsum 2020). Tetapi ironisnya konsep yang seharusnya dikuasai justru dihindari oleh banyak mahasiswa dan menganggap bahwa konsep ini termasuk konsep yang sulit dipelajari dan pada kenyataannya mahasiswa masih mengalami kesalahan dan kesulitan dalam menyelesaikan soal tentang limit tersebut. Hal ini dibuktikan dari hasil penelitian yang dilakukan oleh Yuntiaji (2019) bahwa mahasiswa masih merasa kesulitan pada tahap menentukan alternatif pemecahan masalah, dan juga penerapan dari pemecahan masalah yang sudah dipilih. Hal ini didorong dengan kurangnya pemahaman konsep dan juga prinsip dari materi limit fungsi.

Beberapa faktor yang menjadi kesulitan mahasiswa sehingga melakukan kesalahan yang menyimpulkan bahwa faktor penyebab sehingga siswa melakukan kesalahan dalam menyelesaikan soal limit fungsi adalah sebagai berikut: (a) mahasiswa belum memahami secara tuntas terkait definisi limit fungsi, (b) belum mampu menguasainya sifat-sifat yang berlaku pada materi limit fungsi, (c) Konsep-

---

konsep prasyarat yang tidak dikuasai, dan (d) keliru dalam penulisan maupun pada saat mensubstitusi karena mahasiswa sering menyingkat langkah kerja. Aulia and Kartini (2021) berpendapat bahwa kesalahan merupakan penyimpangan yang dilakukan seseorang dalam menyelesaikan suatu pekerjaan dikarenakan tidak sesuai dengan aturan atau ketentuan yang ada. Kesalahan dalam penyelesaian soal soal matematika perlu mendapatkan perhatian khusus dari guru, pendidik, dan peneliti. Kesalahan dalam penyelesaian matematika mungkin timbul karena adanya kesalahan konsep, kurangnya pemahaman, dan rasa cemas belajar matematika (Irfan, 2017).

Secara lebih spesifik faktor atau penyebab terjadinya kesalahan yang sering dilakukan oleh peserta didik dalam menyelesaikan soal-soal matematika antara lain adalah kurangnya pemahaman atas materi prasyarat maupun materi pokok yang dipelajari, kurangnya penguasaan bahasa matematika, keliru menafsirkan atau menerapkan rumus, salah perhitungan, kurang teliti, dan lupa konsep (Utami, 2016). Menurut Soedjadi kesalahan yang dihubungkan dengan objek dasar matematika, kesalahan yang dimaksud yaitu: 1. Kesalahan fakta adalah kekeliruan dalam menuliskan konvensi-konvensi yang dinyatakan dengan simbol-simbol matematika. Contoh: kesalahan dalam mengubah permasalahan ke dalam bentuk model matematika, kesalahan dalam menginterpretasikan hasil yang didapatkan dan kesalahan dalam menuliskan simbol-simbol matematika. 2. Kesalahan konsep adalah kekeliruan dalam menggolongkan atau mengklasifikasikan sekumpulan objek. Konsep yang dimaksud dalam matematika dapat berupa definisi. menggolongkan suatu relasi, apakah merupakan suatu fungsi atau tidak. 3. Kesalahan operasi adalah kekeliruan dalam pengerjaan hitung, pengerjaan aljabar, dan pengerjaan matematika yang lain. Contoh: kesalahan dalam menjumlahkan, mengurangkan, dan kesalahan dalam operasi matematika lainnya. 4. Kesalahan prinsip adalah kekeliruan dalam mengaitkan beberapa fakta atau beberapa konsep. Contoh: kesalahan dalam menggunakan rumus ataupun teorema serta kesalahan dalam menggunakan prinsip-prinsip sebelumnya (Aditya Cahyani and Sutriyono 2018).

Dalam Penelitian ini, jenis kesalahan yang dilakukan mahasiswa yang akan difokuskan pada : (1) Kesalahan Konsep, (2) Kesalahan Prosedur, dan (3) kesalahan operasi. Dari pemaparan latar belakang diatas, maka batasan masalah yang akan

---

dibahas dalam penelitian ini adalah persentase kesalahan yang dilakukan mahasiswa dalam menyelesaikan soal limit fungsi aljabar, tak hingga dan trigonometri. Sesuai dengan tujuan dalam penelitian ini adalah mengetahui jenis kesalahan yang dilakukan mahasiswa dalam menyelesaikan limit pada mata kuliah kalkulus dasar.

## **METODE PENELITIAN**

Penelitian ini merupakan deskriptif kualitatif. Penelitian dilaksanakan di Universitas Indraprasta PGRI Jakarta pada mahasiswa kelas R1X yang berjumlah 30 orang pada Program Studi Teknik Informatika semester 1 tahun pelajaran 2023/2024 pada mata kuliah Kalkulus Dasar. Teknik pengambilan subjek penelitian menggunakan purposive rata-rata dari tes pengetahuan Kemampuan dasar matematika. Teknik pengumpulan data dalam penelitian ini dilakukan dengan dua cara yaitu 1) tes untuk melakukan pengukuran 2) wawancara untuk alat rechecking atau pembuktian terhadap informasi atau keterangan yang diperoleh sebelumnya.

## **HASIL DAN PEMBAHASAN**

Kemampuan yang dimiliki oleh peserta didik atau mahasiswa sebelum mengikuti proses belajar disebut kemampuan awal. Kemampuan ini menunjukkan seberapa siap peserta didik menerima pelajaran dari guru. Sangat Penting bagi pendidik untuk memahami kemampuan awal peserta didik sebelum memulai pengajaran, informasi ini membantu mengetahui apakah mahasiswa memiliki pengetahuan dasar yang diperlukan untuk pembelajaran kalkulus dan seberapa jauh mahasiswa memahami dasar-dasar materi yang dipelajari. (Astuti 2015)

Berikut ini tabel persentase kemampuan awal matematika mahasiswa kelas R1X 2023/2024, dengan materi meliputi Aljabar, Trigonometri, Barisan dan deret dengan persentase nilai rata rata.

Tabel 1. Persentase hasil tes kemampuan awal matematika mahasiswa

Materi	Persentase >rata-rata	Nilai Maksimum	Nilai Minimum
Aljabar	40	90	40
Trigonometri	30	85	40
Barisan Deret	40	90	45

Soal pertama : Limit Fungsi Aljabar

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^4 - 1} \\ \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-2)(x+1)}{(x^2-1)(x^2+1)} \\ \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-2)(x+1)}{(x-1)(x+1)(x^2+1)} \\ \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-2)}{(x-1)(x^2+1)} \\ = \frac{1-2}{(1-1)(1^2+1)} = \frac{-1}{0 \cdot 2} = \frac{-1}{0} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

Gambar 1. Soal limit fungsi aljabar

Pada soal nomor satu ini letak kesalahan yang dilakukan mahasiswa adalah pada saat memfaktorkan bentuk  $(x^4 - 1)$  Masih banyak mahasiswa yang tidak paham bagaimana memfaktorkan bentuk tersebut. Bentuk  $(x^4 - 1)$  sesuai dengan konsep aljabar dapat difaktorkan menjadi bentuk  $(x^2 + 1)(x^2 - 1)$  terdapat masiswa yang memfaktorkannya menjadi bentuk tanpa memperhatikan pangkatnya. selain itu ada juga yang memfaktorkannya menjadi bentuk  $(x - 1)(x + 1)$ . Hal ini tidak sesuai dengan konsep pemfaktoran bentuk aljabar, berdasarkan hasil dari wawancara dengan siswa dapat dikatakan bahwa mahasiswa tidak memahami konsep dasar pemfaktoran bentuk aljabar . Selain kesalahan dalam memfaktorkan bentuk alabar, terdapat juga kesalahan lainnya yaitu kurang teliti dalam proses penyelesaian.

Soal kedua: Limit Fungsi Tak hingga

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^5 - 5x^3 + 3x^2 + 4}{x^4 - 3x^2 + 4x + 2} = \frac{3}{-3} = -1$$

Gambar 2. Soal limit fungsi tak hingga

Pada soal no 2 ini seharusnya langkah pengerjaannya sesuai dengan konsep dari limit yaitu dibagi dengan variable pangkat tertinggi. Di soal variabel dengan pangkat tertingginya adalah,  $x^5$  maka pembilang dan penyebutnya dibagi dengan  $x^5$ . Dari hasil wawancara yang dilakukan siswa merasa tidak paham bagaimana langkah penyelesaian untuk soal nomor 2 ini. Sehingga siswa menyelesaikan soal ini dengan langkah yang kurang tepat. Selain itu mahasiswa terbiasa mengerjakan soal dengan cara cepat sehingga tidak memahami konsep dasar limit tak hingga.

### Soal ke-tiga: Limit Fungsi Trigonometri

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x^2} \\ & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - [1 - 2 \sin^2 2x]}{x^2} \\ & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 2x}{x^2} \\ & \lim_{x \rightarrow 0} 2 \cdot \frac{\sin 2x}{x} \cdot \frac{\sin 2x}{x} \\ & = 2 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x} \\ & = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8 // \end{aligned}$$

Gambar 3. Soal limit fungsi trigonometri

Untuk jenis soal ke 3, kesalahan yang banyak dilakukan siswa adalah kesalahan dalam menggunakan rumus atau teorema. khususnya teorema perubahan bentuk trigonometri. Padasoal nomor 3 ini bentuk diubah ke dalam bentuk lain yang sesuai dengan identitas di trigonometri yaitu bentuk  $(\cos 2ax)$  bisa diubah menjadi  $(1 - \sin^2 ax)$ . Namun kebanyakan siswa masih belum tepat menggunakan rumus atau teorema yang ada. Ada beberapa yang mengubah bentuk  $(\cos 4x)$  menjadi  $(1 - \sin^2 x)$  karena

kurang ketelitian dalam memperhatikan perubahan konsep rumus  $2ax$  menjadi  $ax$  sehingga  $4x$  seharusnya menjadi  $2x$ .

## SIMPULAN

Dari pembahasan dapat disimpulkan Jenis kesalahan yang dilakukan mahasiswa adalah: pertama kesalahan konsep, meliputi kesalahan konsep pada pemfaktoran bentuk aljabar, konsep limit tak hingga dan konsep dasar identitas trigonometri. Kedua kesalahan operasi hitung pada penjumlahan, pengurangan, dan perkalian. ketiga Kesalahan ketidakhati-hatian, meliputi kesalahan kurang teliti dalam operasi hitung, melihat atau membaca petunjuk dari soal yang diberikan, sehingga dapat disimpulkan bahwa faktor-faktor yang mempengaruhi kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal limit adalah : kurang cermat dalam memahami soal, kurangnya dalam manajemen waktu saat mengerjakan soal, kurang fokus saat mengerjakan, tidak menguasai konsep, rumus dan kurang dalam menguasai operasi dasar matematika, serta kurangnya ketelitian.

## REFERENSI

- Aditya Cahyani, Cindy, and Sutriyono Sutriyono. 2018. "Analisis Kesalahan Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Pada Materi Operasi Penjumlahan Dan Pengurangan Bentuk Aljabar Bagi Siswa Kelas VII SMP Kristen 2 Salatiga." *JTAM / Jurnal Teori dan Aplikasi Matematika* 2(1): 26.
- Astuti, Siwi Puji. 2015. "Pengaruh Kemampuan Awal Dan Minat Belajar Terhadap Prestasi Belajar Fisika." *Formatif: Jurnal Ilmiah Pendidikan MIPA* 5(1): 68–75.
- Hanifah, Sarah Nur, Heni Pujiastuti, Universitas Sultan, and Ageng Tirtayasa. 2023. "Analisis Kesalahan Siswa Menyelesaikan Permasalahan Limit Fungsi Aljabar Berdasarkan Taksonomi Bloom Dan." 23(3): 285–96.
- Irfan, Muhammad. 2017. "Analisis Kesalahan Siswa Dalam Pemecahan Masalah Berdasarkan Kecemasan Belajar Matematika." *Kreano, Jurnal Matematika Kreatif-Inovatif* 8(2): 143–49.
- J. purcell, edwin. 1987. *Kalkulus dan geometri Analitis*. (I Nyoman Susila, Terjemahan). Bandung: ITB.
- Katon, Kaca Sri, and Tri Astuti Arigiyati. 2018. "Analisis Kesalahan Siswa Menurut Polya Materi Persamaan Dan Pertidaksamaan Linear Satu Variabel." *Prosiding Seminar Nasional Etnomatnesia* 2: 576–80.
-

- <https://jurnal.ustjogja.ac.id/index.php/etnomatnesia/article/view/2386/1347>.
- Kulsum, Sri Islami. 2020. "Analisis Kesalahan Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Matematika Materi Limit Fungsi Aljabar [Analysis of Student Errors in Solving Math Problems Material Limit Algebraic Function]." *Jurnal Pembelajaran Matematika Inovatif* 3(4): 285–92.  
<https://journal.ikipsiliwangi.ac.id/index.php/jpmi/article/view/3849/1793>.
- Siagian, Siti Shara, Abdul Mujib, and Cut Latifah Zahari. 2022. "Analisis Tingkat Kecemasan Matematika Dalam Pembentukan Konsep Image Siswa." *Paradikma: Jurnal Pendidikan Matematika* 15(1): 8–13.
- Utami, Anita Dewi. 2016. "Tipe Kesalahan Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Soal-Soal Geometri Berdasar Newman'S Error Analysis (Nea)." *JIPM (Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika)* 4(2): 85.
- Yuntiaji, D. A. (2019). Analisis Kesulitan Siswa Dalam Memecahkan Soal Matematika Berdasarkan Ideal Problem Solving Pada Materi Limit Fungsi. *Jurnal Majamuth*, 2(2), 102-113.